

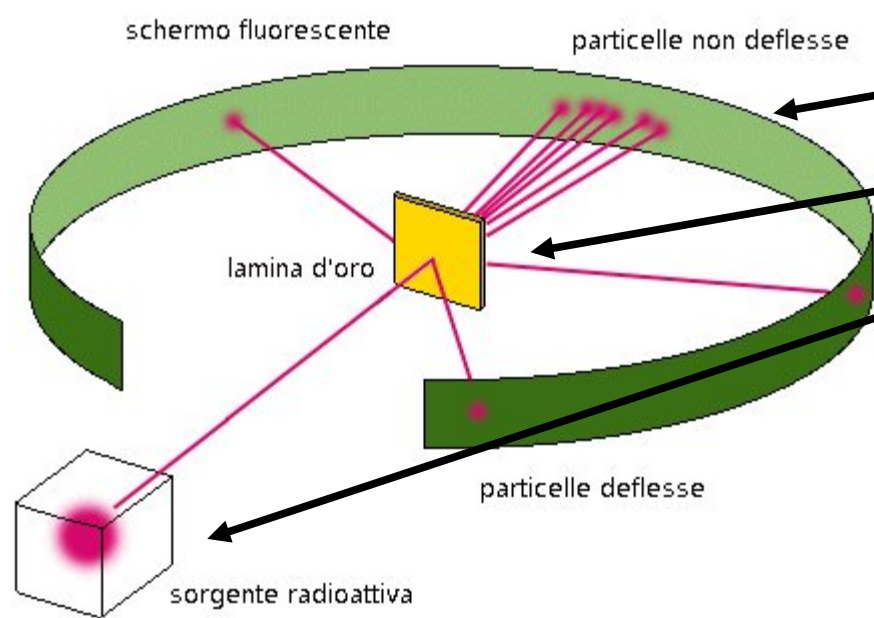
Dall'esplorazione della materia alla medicina

Alessandro Braghieri

INFN Sezione di Pavia



L'esperimento di Rutherford: particelle come proiettili. Nascita della Fisica Nucleare



- 3 Un rivelatore per "vedere" il risultato
- 2 Una sottile lamina d'oro come bersaglio
- 1 Una sorgente di particelle come proiettili

Ipotesi: se gli atomi fossero uniformi, le particelle ci passerebbero attraverso come un coltello che taglia il pane.

Esperimento: alcune particelle passano attraverso deviando di poco. Altre rimbalzano quasi all'indietro (nel pane ci sono dei sassi molto duri che deviano il coltello e la fetta non viene bene!)

Teoria/Modello: I risultati hanno permesso a Rutherford di formulare un nuovo modello per rappresentare l'atomo.

Rutherford capisce immediatamente la potenza di questa tecnica sperimentale e l'importanza di usare sorgenti radioattive «artificiali» (macchine acceleratrici di protoni o ioni).

Il vantaggio è di poter **controllare direzione, intensità ed energia dei proiettili**.

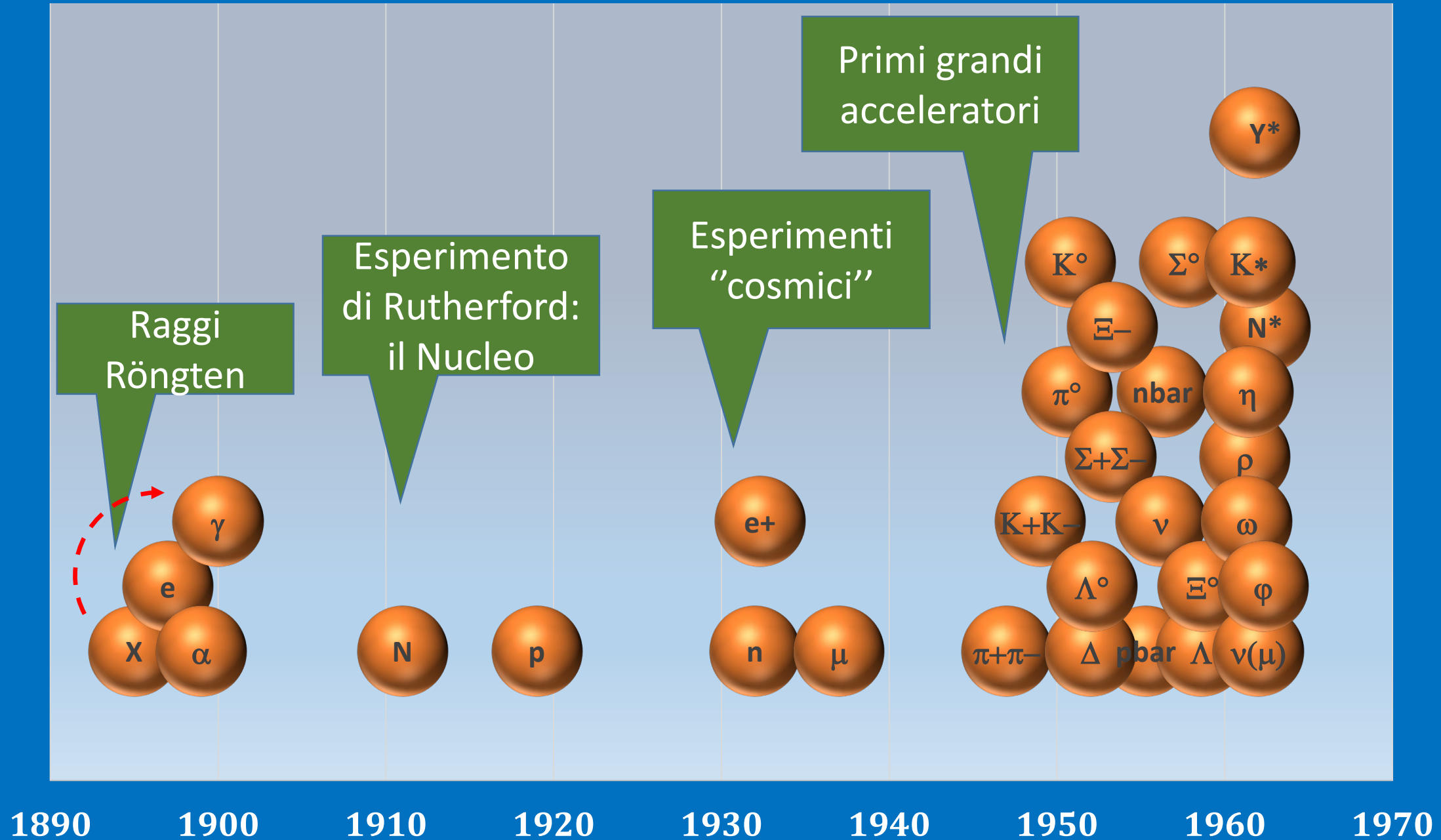
Idrogeno o altri atomi ionizzati hanno carica elettrica e possono essere accelerati attraverso una *ddp*. Quindi serve un generatore in grado di produrre tensioni sufficientemente elevate.

All'epoca la sfida tecnologica più seria era la mancanza di generatori con tensioni elevata (centinaia di kV).

*Rutherford suggested that Walton should abandon his linear accelerator and team up with Cockcroft to work on producing protons and a **vacuum tube** to accelerate them through 300,000 Volts. Rutherford got a University grant of £1000 ...*

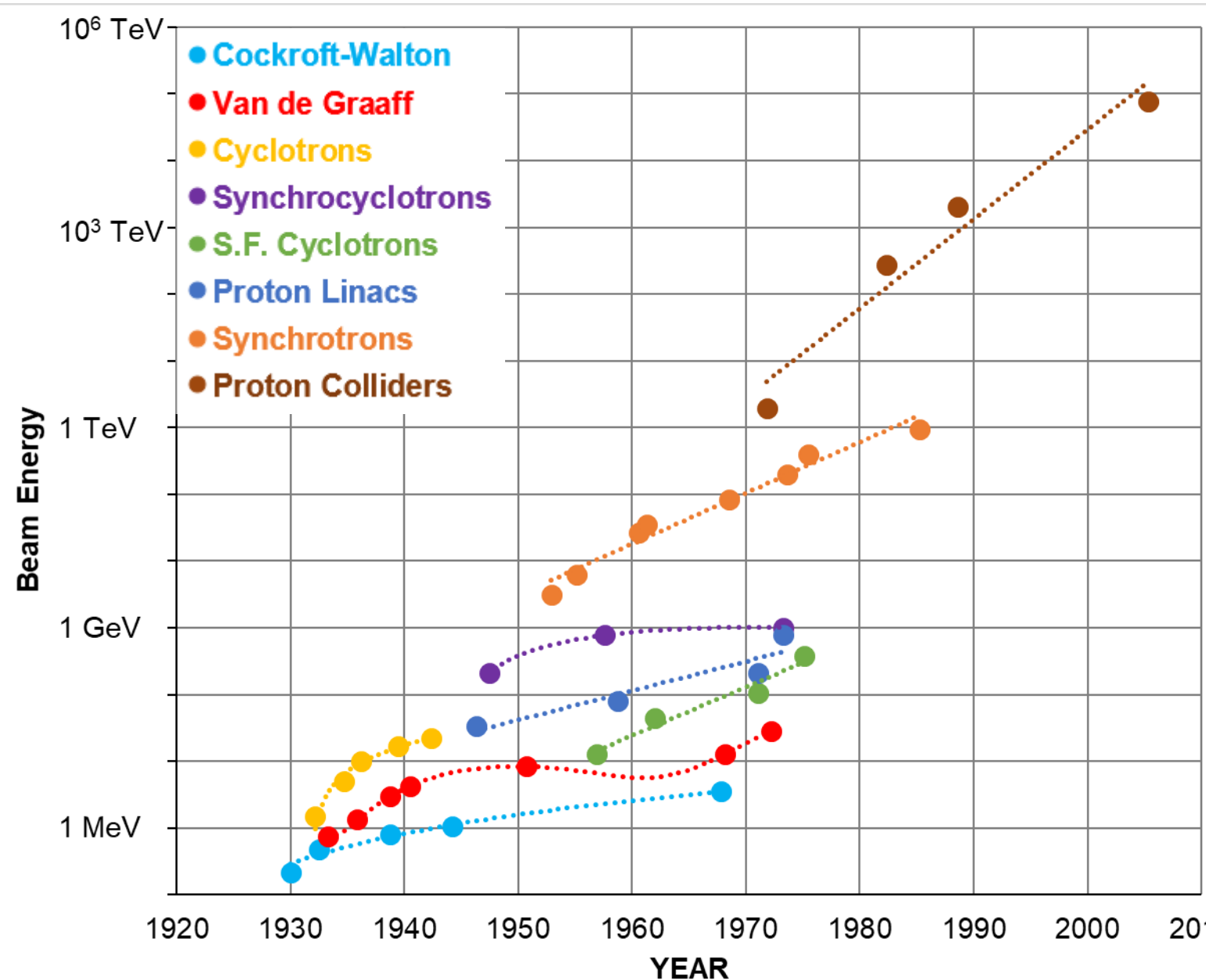
*By the end of 1929 Cockcroft and Walton had constructed a discharge tube that could withstand **300 kV**, and the apparatus was ready for testing in March 1930*

La corsa alle nuove particelle



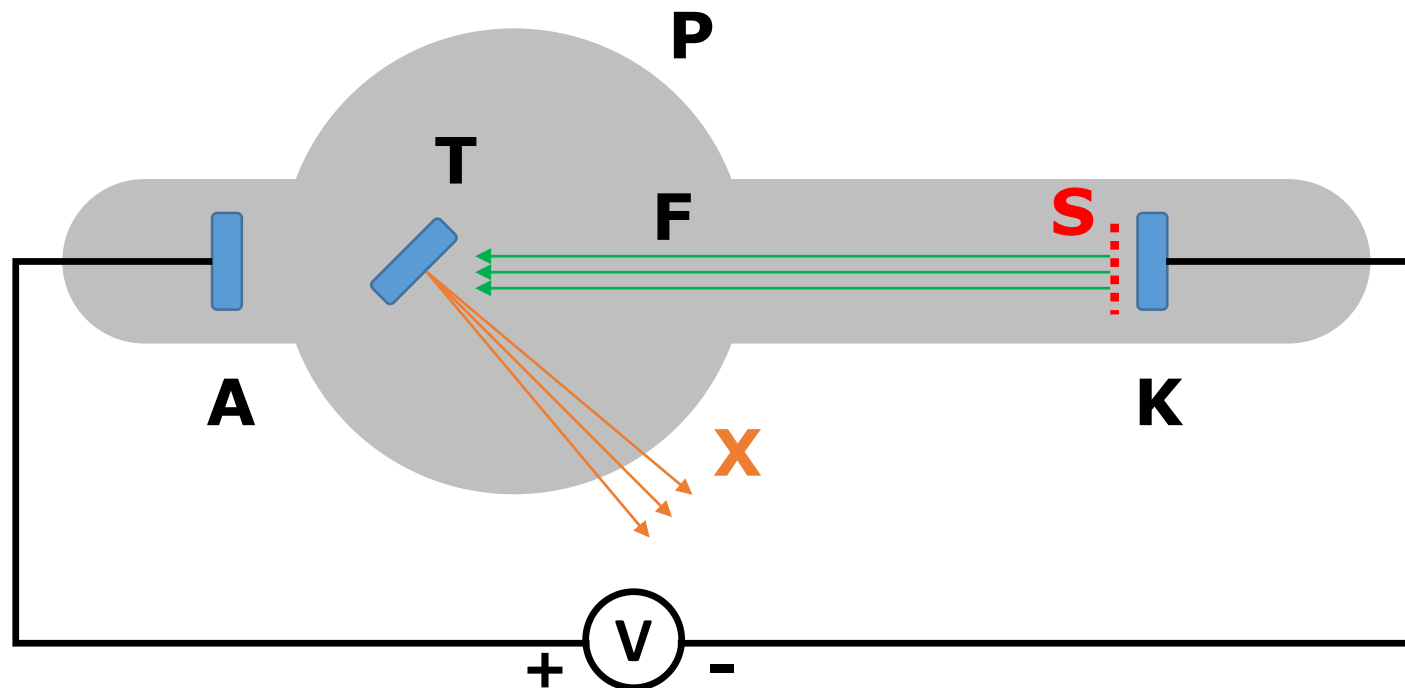
Livingston Plot

- Ogni punto rappresenta un acceleratore.
- Energia del fascio vs anno di costruzione.
- Ogni colore rappresenta un tipo di macchina diversa.
- Colliders: l'energia riportata sull'asse verticale è quella equivalente di un singolo fascio che su bersaglio fisso (H) produce la stessa energia nel centro di massa dei due fasci collidenti.
- Per LHC ($\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$) l'energia equivalente è circa 10^5 TeV .





Il tubo a raggi X è un primitivo esempio di acceleratore ma contiene i quattro elementi basilari di tutte le macchine successive.



P tubo a vuoto

S sorgente di e^- (effetto termoionico)

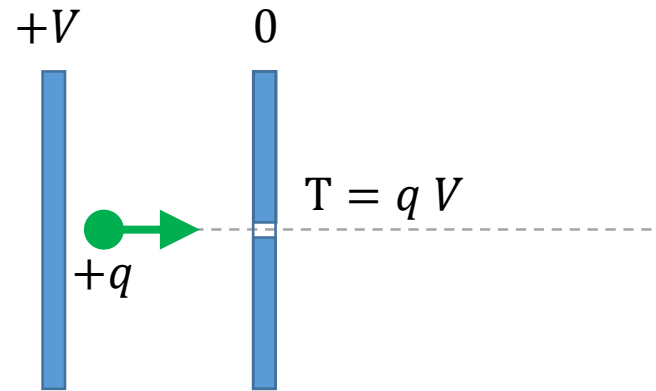
V generatore HV (**K** catodo (-); **A** anodo (+))

T bersaglio/estrazione del fascio

F fascio di e^- (primario)

X fascio di X (secondario)

Una particella di carica unitaria posta in una ddp di 1 V acquisisce un'energia cinetica di 1 eV. In generale ...



Per ottenere tensioni sufficientemente elevate vengono utilizzati due tipi di generatori:

- Cockroft-Walton (~ 1931)
- Van de Graaff (~ 1932)

Con questi nomi vengono indicati i due tipi di acceleratori elettrostatici che sono stati costruiti utilizzando tali generatori

ACCELERATORI: Generatore Van de Graaff

8

- Un **elettrodo sferico cavo**
- Una **cinghia isolante** tesa tra **due pulegge**. La puleggia inferiore è collegata ad un motore elettrico che fa muovere la cinghia. La puleggia superiore è posizionata all'interno dell'elettrodo
- Un **generatore di tensione continua**

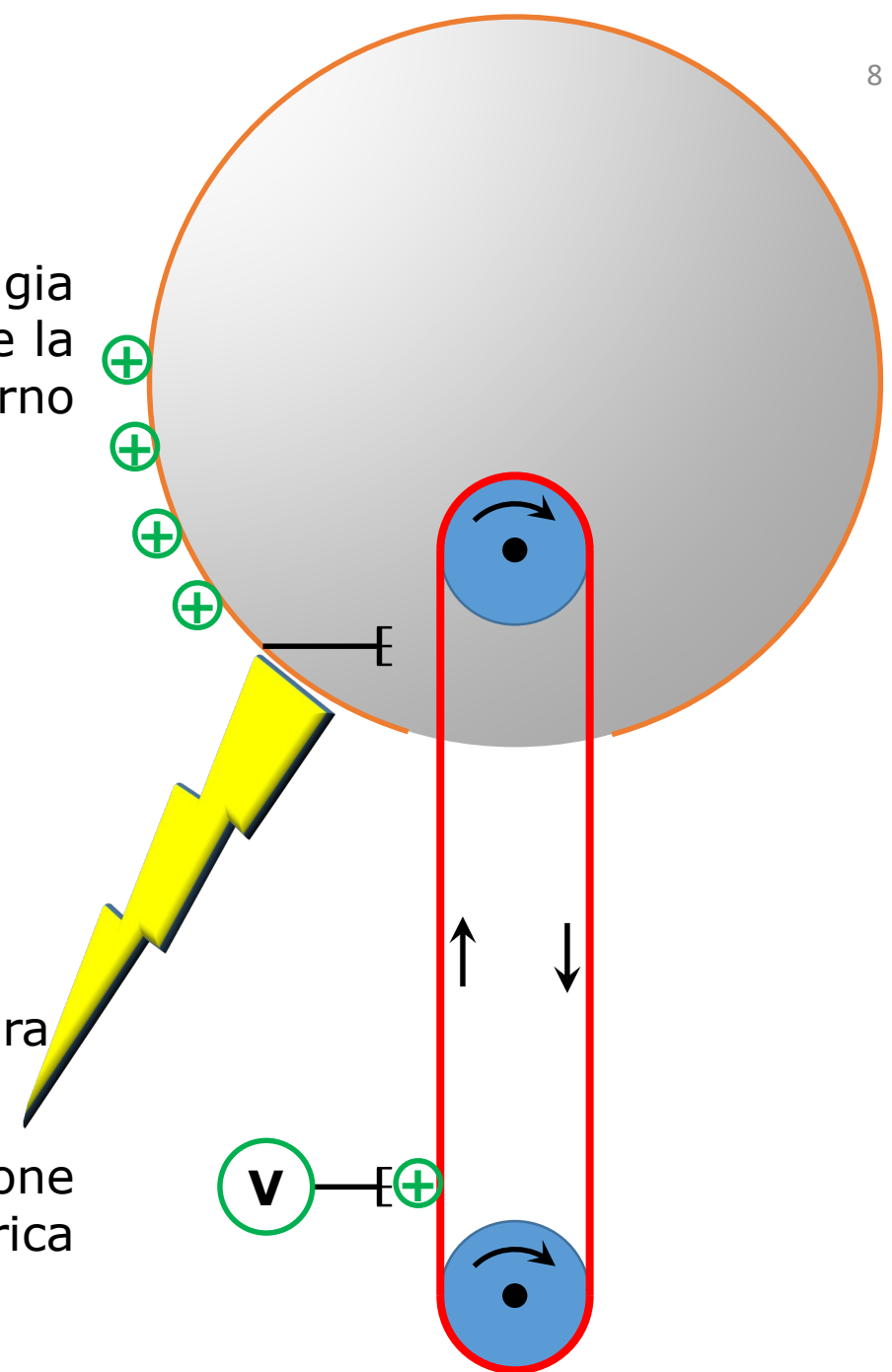
Principio di funzionamento

La cinghia viene caricata per induzione da una serie di punte metalliche collegate al generatore e poste in prossimità della puleggia inferiore (potere disperdente delle punte).

Le cariche vengono trasportate dalla cinghia all'interno dell'elettrodo.

Un secondo pettine metallico collegato elettricamente alla sfera trasferisce le cariche sulla superficie di quest'ultima.

L'accumulo delle cariche continua fino a quando la tensione sulla sfera è abbastanza elevata da produrre una scarica attraverso l'aria.



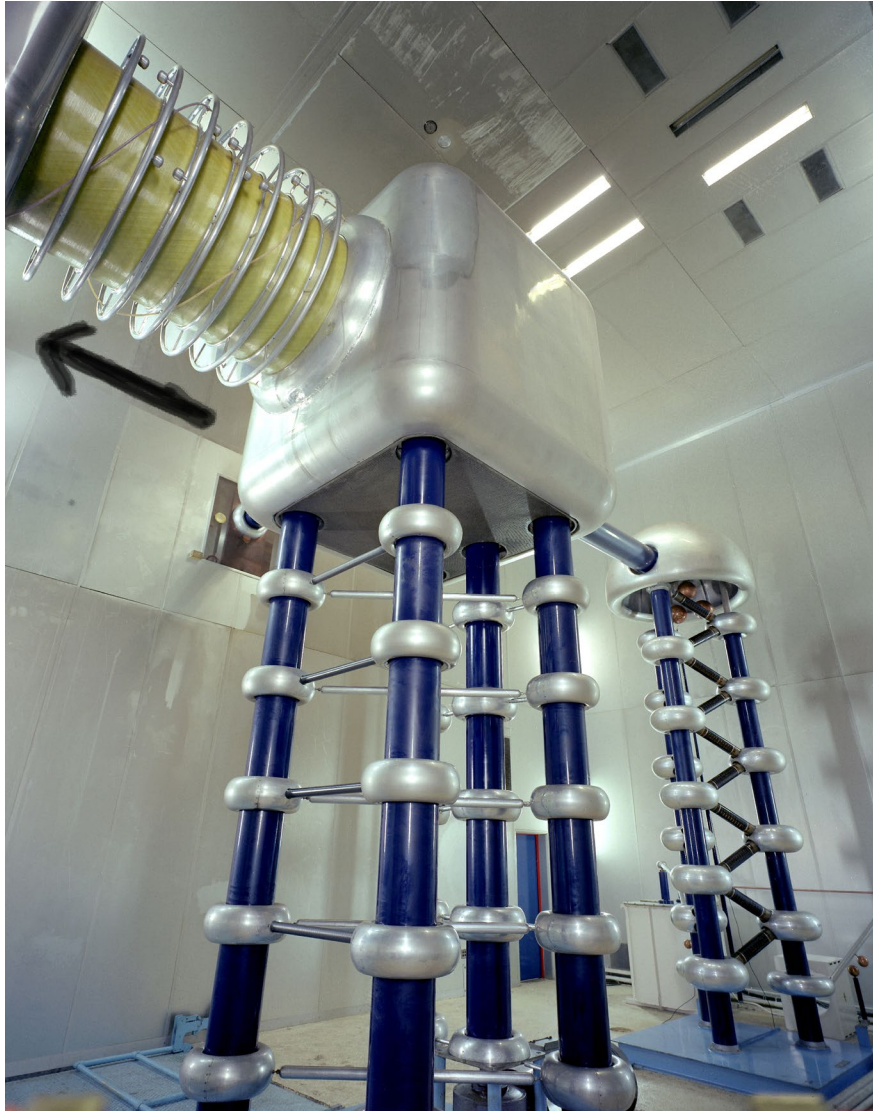
ACCELERATORI: Generatore Van de Graaff

Tensioni dal kV al MV.

Effetti divertenti e spettacolari, ma per fare un acceleratore serve anche qualcosa d'altro...

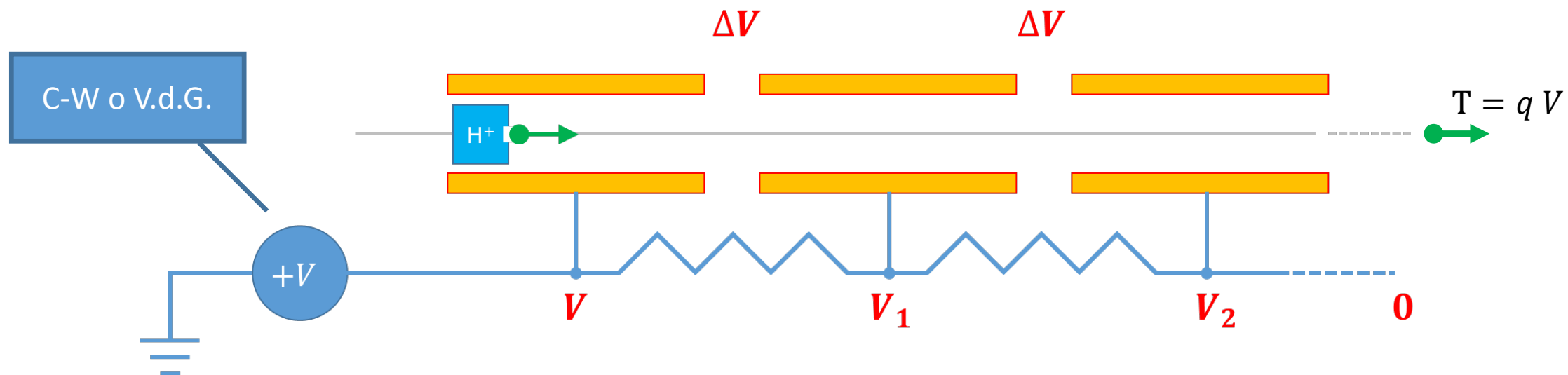


C-W da 750 kV (Fermilab)



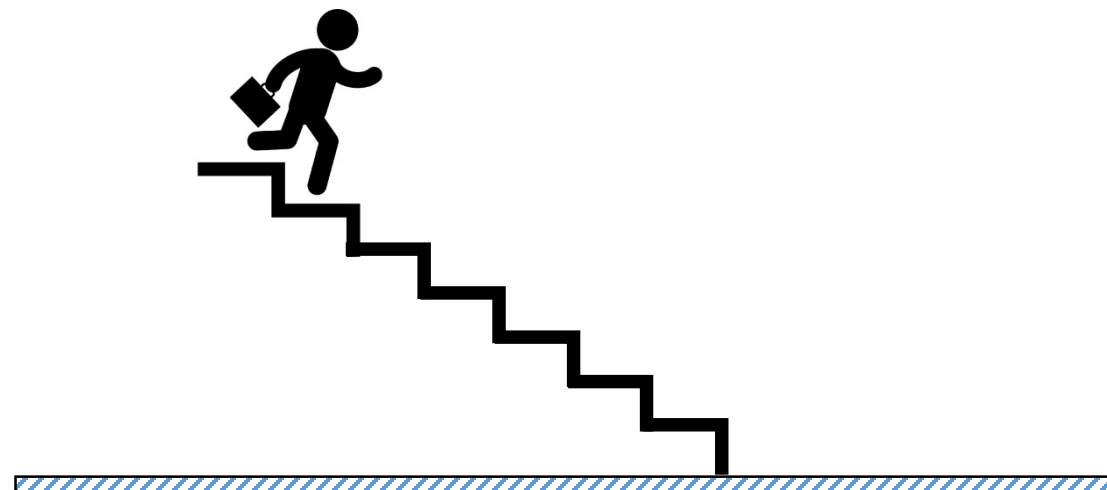
Tandem da 14 MV (L.N.S., INFN)



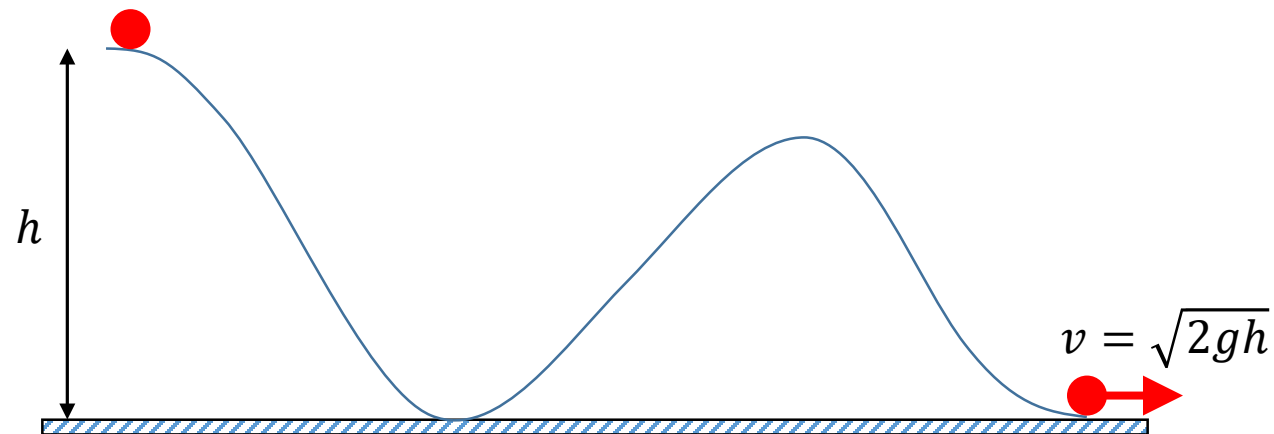
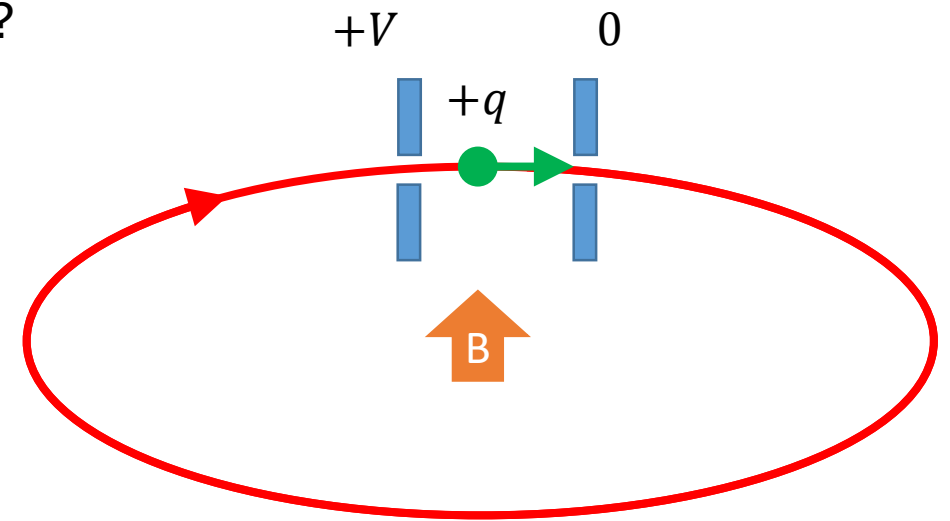
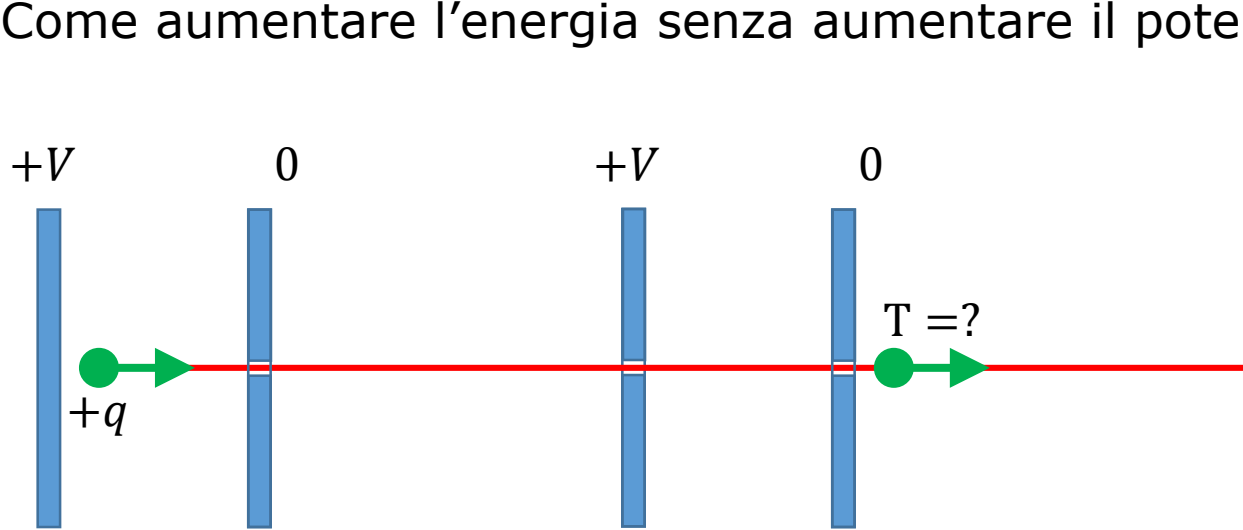


La ripartizione del potenziale iniziale su molti elettrodi:

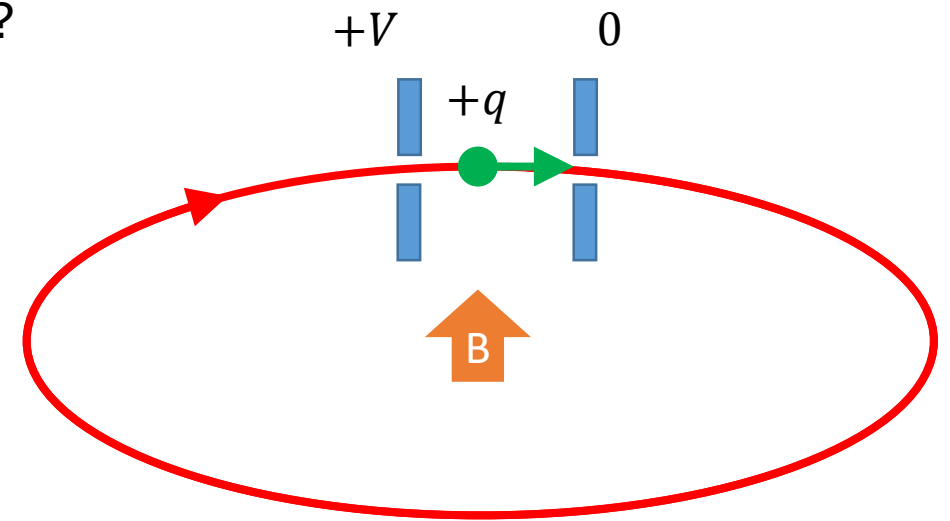
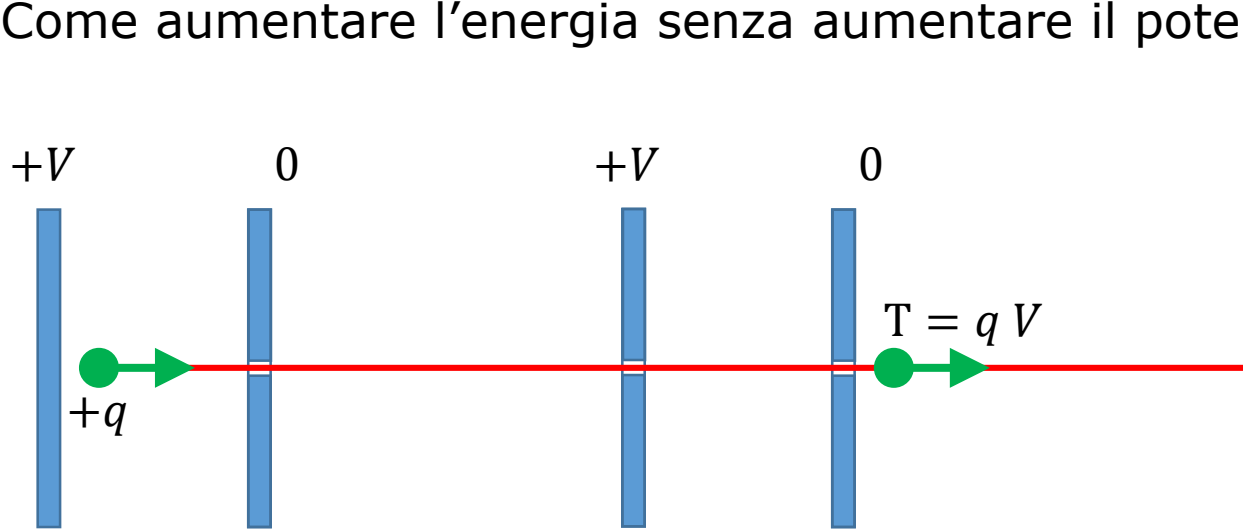
1. limita il pericolo di scariche
2. ha un effetto focalizzante sul fascio (lente elettrostatica).



Come aumentare l'energia senza aumentare il potenziale?



Come aumentare l'energia senza aumentare il potenziale?



- Il campo elettrostatico è conservativo.
- L'energia dipende dalla ddp tra il punto iniziale e quello finale
- L'unico modo di aumentare l'energia è aumentare il potenziale iniziale
- **Alternativa:** usare un CE non conservativo $\Rightarrow$ CE variabile nel tempo. Ad esso è associato un CM
- Si chiama CEM ed è comodo prenderlo periodico $\Rightarrow$ **generatori di tensione alternata.**
- Sono possibili entrambi gli schemi: **acceleratori lineari e acceleratori circolari**

ACCELERATORI: Moto di una carica elettrica in campo magnetico costante e uniforme

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Forza di Lorentz}$$

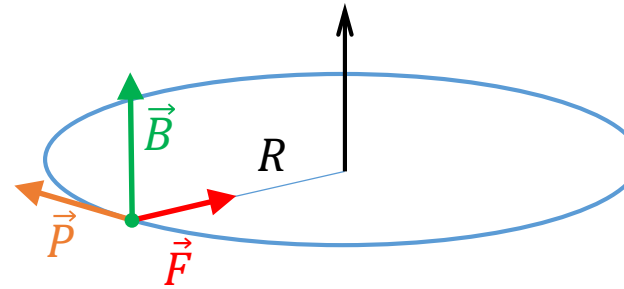
$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F = q v B \quad \text{Moto circolare}$$

$$F_c = F \Rightarrow m \frac{v^2}{R} = q v B \Rightarrow P = q R B$$

In unità energetiche ($q = 1$):

$$P[\text{MeV}/c] \cong 300 \cdot R \cdot B \quad R[\text{m}]; B[\text{T}]$$

- $R = 1 \text{ m } B = 1 \text{ T} \Rightarrow P = 300 \text{ MeV}/c$
- $P = 500 \text{ GeV}/c \ B = 2 \text{ T} \Rightarrow R \cong 800 \text{ m}$
- ...



Le tappe

- 1920: uno studente dell'Uni. Aachen (DE), coscritto di Wideröe, ha un'idea (troppo complicata!)
- 1927: Steenbeck sviluppa il concetto alla Siemens ma non lo brevetta
- 1929: ci pensa Leo Szilard che lavora a Uni. Berlino
- 1932: lo sviluppo completo e la sua realizzazione sono opera di E. O. Lawrence (Berkeley) e del suo studente M. Stanley Livingston.

Schema della macchina

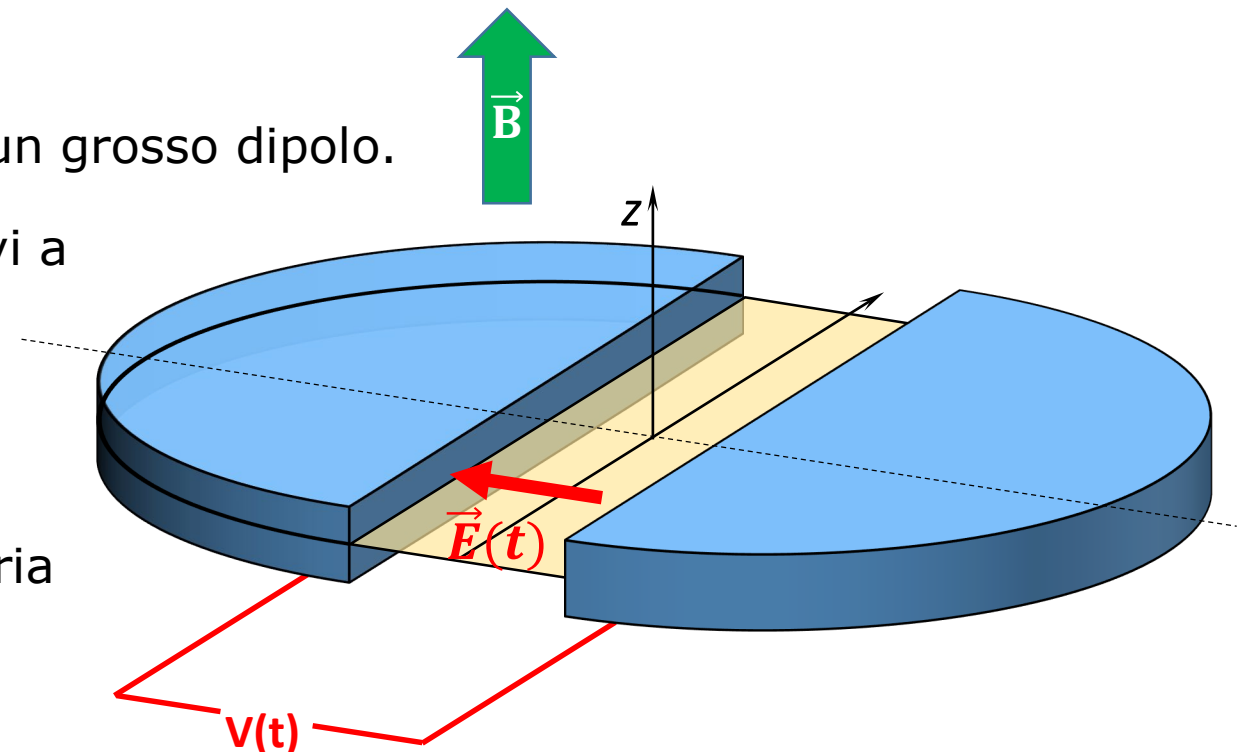
Usa un **CM costante e uniforme** generato da un grosso dipolo.

Nel piano mediano una coppia di elettrodi cavi a forma «D»

Le «D» sono collegate ad un generatore di tensione alternata: $V(t) = V_0 \sin(\omega_{RF} \cdot t)$

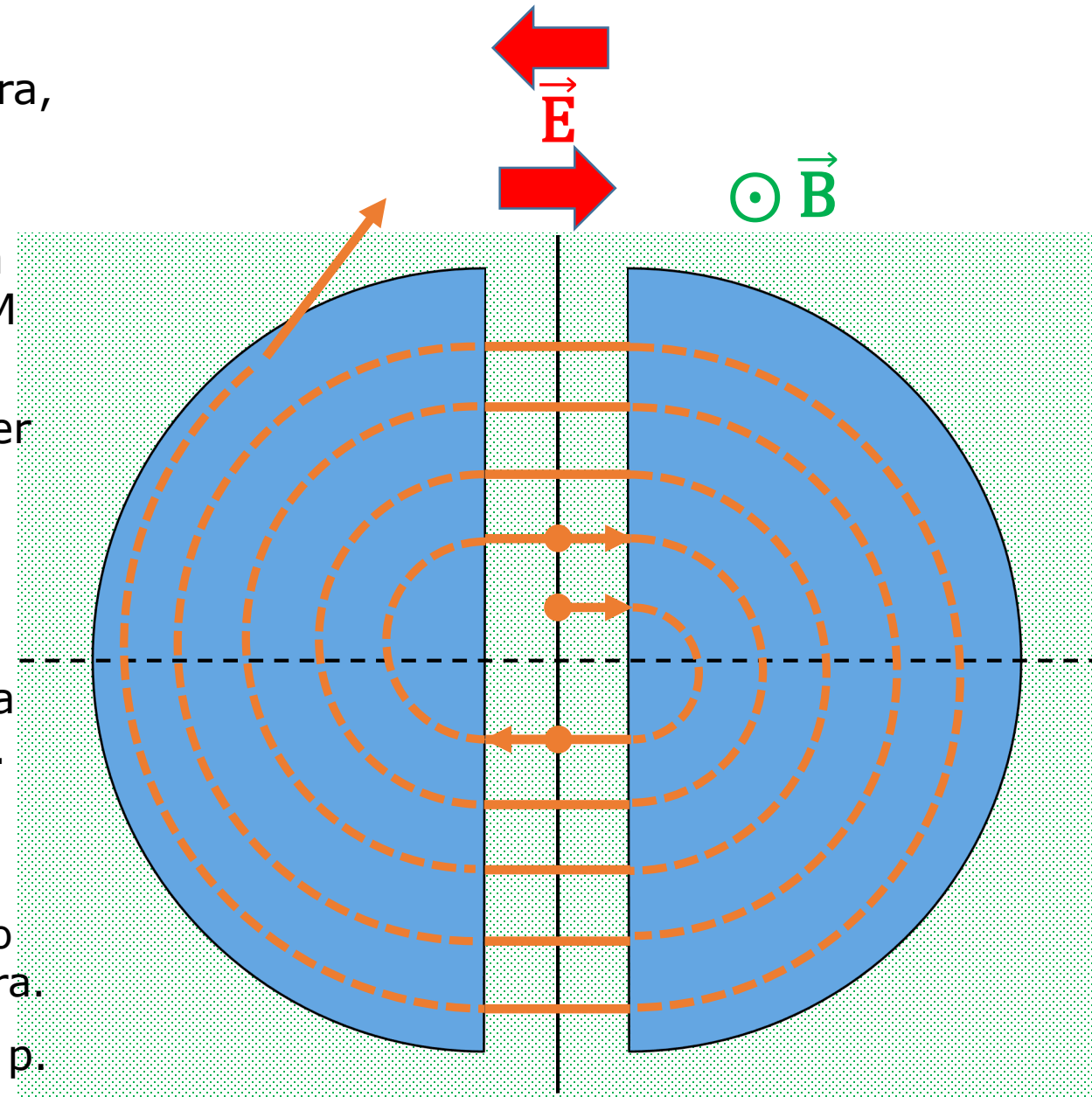
Utilizza la F. di Lorentz per curvare la traiettoria della p. da accelerare:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{con } \vec{v} \perp \vec{B}$$



CICLOTRONE: principio di funzionamento

- Ad un dato istante, quando il CE è verso destra, una p. di massa m e carica $+q$ si trova nella gap tra le «D», sul piano mediano.
- il CE accelera la p. che entra nella «D» destra (è cava). La gap è stretta e l'influenza del CM è trascurabile (moto rettilineo della p.).
- Nella «D» il CE è nullo (teorema di Gauss). Per effetto del CM costante e uniforme la p. percorre un semicerchio e si ripresenta nella gap in verso opposto
- Se nel frattempo il CE è stato invertito, la p. subisce un'ulteriore accelerazione, incrementa la propria velocità ed entra nella «D» sinistra.
- Ora la velocità della p. è maggiore e percorre un arco più ampio.
- Quando la p. torna nella gap CE è stato di nuovo invertito. La p. accelera ed entra nella «D» destra.
- E così via, finché l'orbita arriva sul bordo e la p. viene estratta mediante un impulso em



Il ciclotrone funziona se l'inversione del CE avviene nel momento giusto, in **sincronia col moto della p**. Ricordiamo che il CE è alternato e la pulsazione ω_{RF} (o il periodo) è costante.

$$F_c = F \Rightarrow m \frac{v^2}{R} = q v B \Rightarrow P = q R B$$

particella

$$\frac{v}{R} = \omega \text{ velocità angolare della}$$

$\omega = \frac{q B}{m}$ è costante: quando la particella viene accelerata la sua velocità aumenta ma aumenta anche il raggio R dell'orbita. (quindi il periodo di rivoluzione è costante).
Per realizzare la sincronia tra CE e moto della particella basta scegliere la pulsazione ω_{RF} del CE uguale alla velocità angolare della particella:

$$\omega_{RF} = \frac{q B}{m} \quad \text{(Frequenza di Ciclotrone)}$$

- A causa dell'**aumento relativistico** della massa la frequenza di ciclotrone non è costante. La formulazione corretta è:

$$\omega_{RF} = \frac{q B}{m \gamma}$$

Pertanto il ciclotrone può funzionare fino a velocità per le quali l'aumento relativistico della massa è trascurabile. Impossibile per elettroni e fino a circa **T=40-50 MeV per i protoni**

Per superare il limite relativistico ci sono tre strade. Modulare:

- il periodo di **RF** (**sincro-ciclotrone**). È il modo più semplice da realizzare. La sorgente emette un «fiotto» (bunch) di protoni. Mano a mano che l'orbita si allarga e la velocità aumenta, il periodo di rivoluzione diminuisce. La frequenza di RF viene diminuita di conseguenza. Finché il ciclo di accelerazione non è finito non si può «far partire» un altro bunch (**fascio impulsato**).
- l'intensità di **CM** (**ciclotrone isocrono** o AVF). Per avere un CM più intenso sulle orbite esterne occorre sagomare opportunamente i poli del magnete (**fascio continuo di alta intensità**).
- **RF e CM**. (**ciclotrone FFAG**, Fixed Field Alternating Gradient). Il magnete è a settori separati e indipendenti (**fascio continuo di alta intensità**).

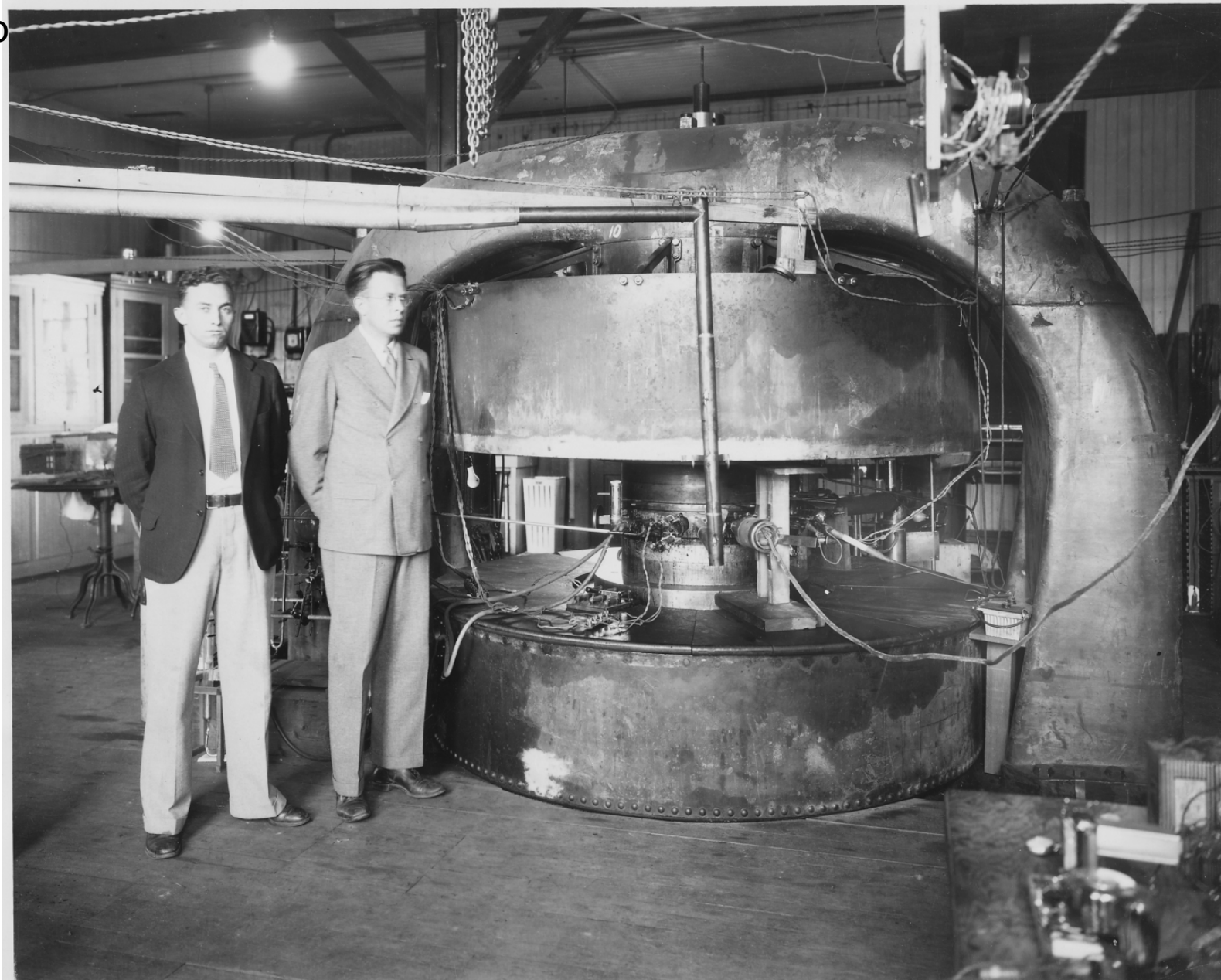


Spiral pole pieces of the Oak Ridge Isochronous Cyclotron (75 MeV)

CICLOTRONE: esempi

1932, Barkeley. Lawrence con uno dei primi ciclotroni.

Diametro 27 inches, protoni da 4.8 MeV



CICLOTRONE: esempi

1935, Barkeley. Lawrence con uno dei primi ciclotroni.

Camera del ciclotrone 37,5 inches



1945, Barkeley.

Diametro 184 inches, protoni da 100 MeV

Primi π^0 , ma anche nuovi elementi transuranici

Il magnete è stato usato per separare U-235 da U-238

Dopo la guerra convertito in sincro-ciclotrone



LENA, Pavia. Modello commerciale della IBA

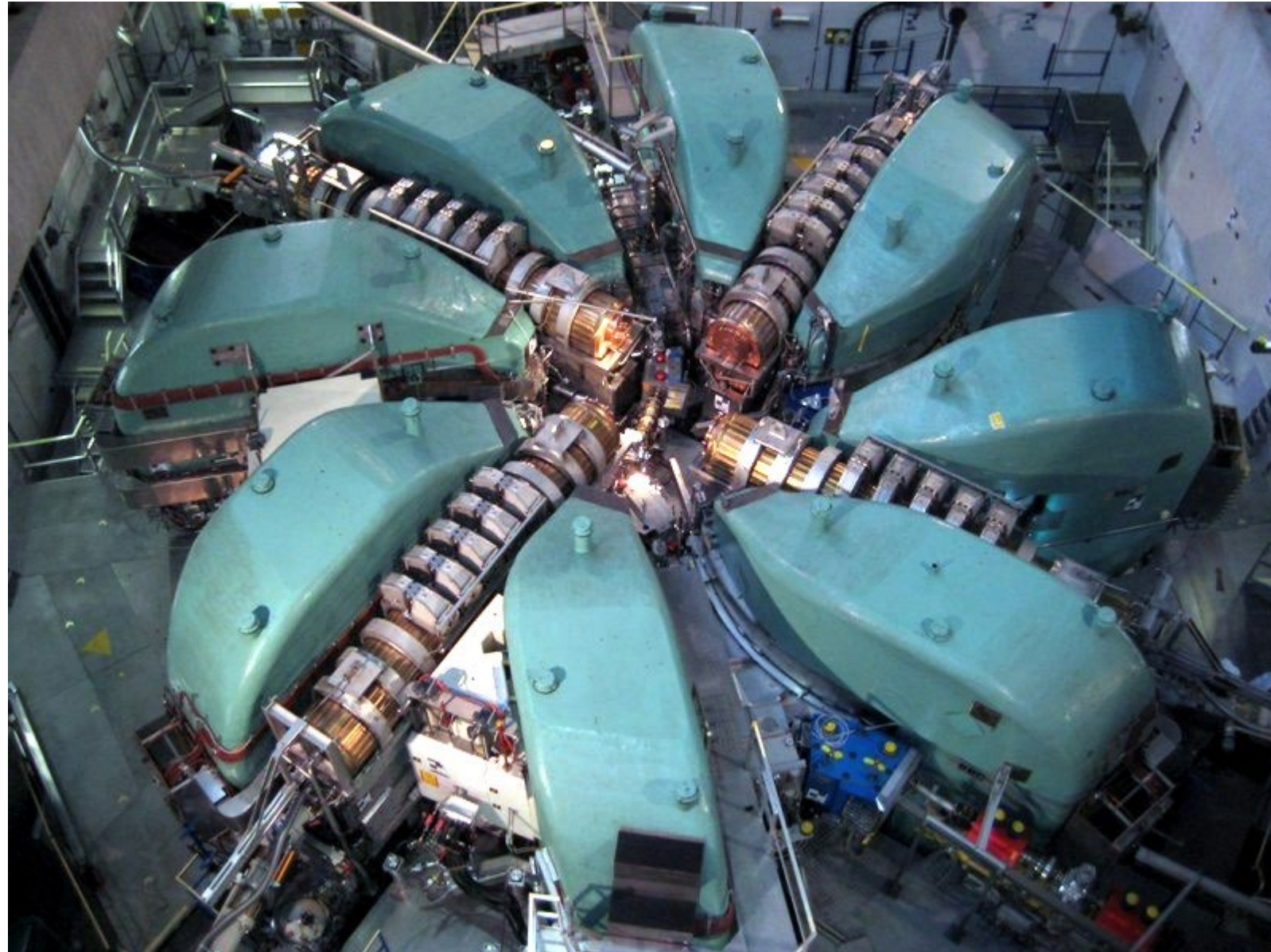
- Protoni da 18 MeV
- Deutoni da 9 MeV
- Produzione radioisotopi (^{18}F , ^{13}N)

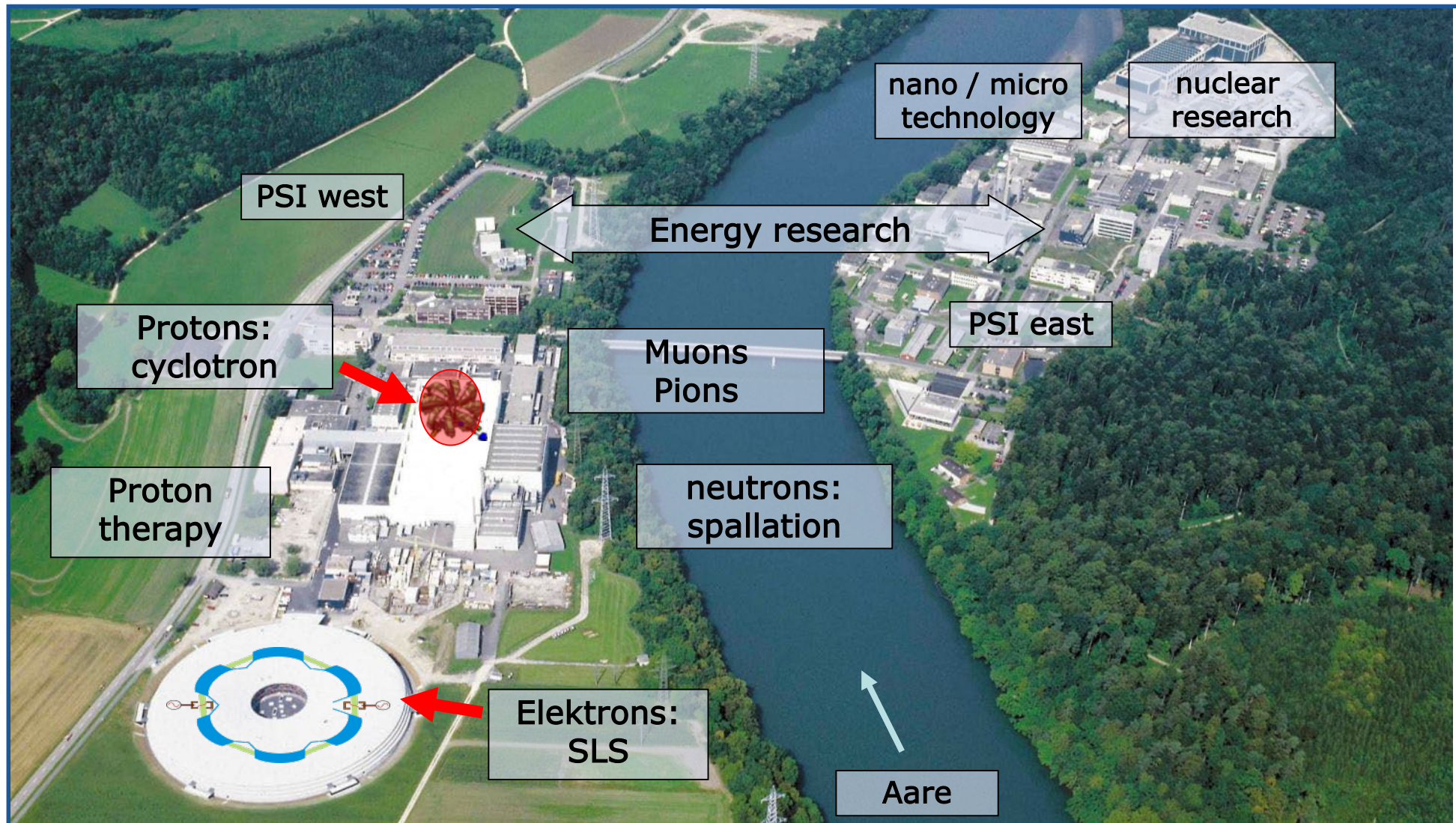


CICLOTRONE: esempi

1974, PSI. Ciclotrone a settori.

- 8 settori
- 4 RF
- 590 MeV (protoni)
- Intensità=2.2 mA DC





Le tappe

- 1920: Rolf Wideröe concepisce l'idea di un acceleratore ad induzione
- 1935: Max Steenbeck sviluppa l'idea
- 1940: D. Kerst sviluppa il progetto e costruisce il primo betatrone

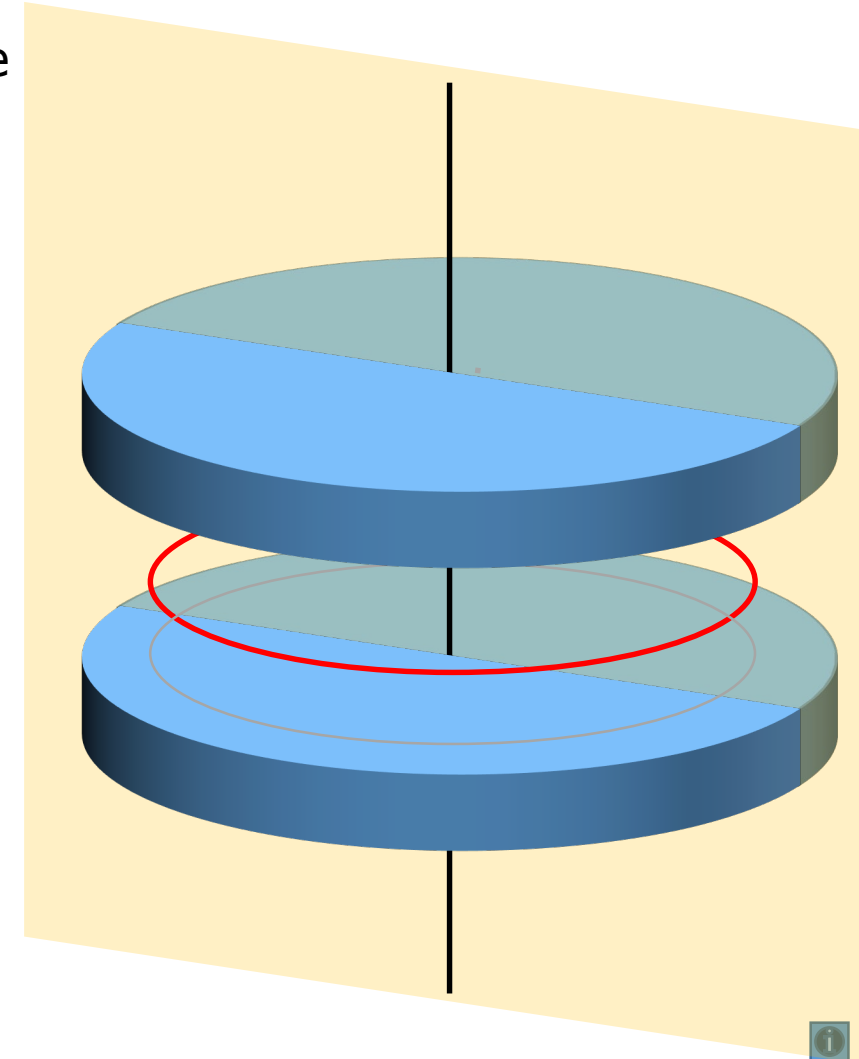
Caratteristiche della macchina

Accelera **elettroni** lungo un'orbita circolare di **raggio costante**.
L'orbita viene percorsa più volte e ad ogni giro gli elettroni incrementano la loro energia.

Usa un **CM variabile nel tempo (periodico)** che ha due funzioni:

- Mantenere costante il raggio dell'orbita all'aumentare della velocità degli elettroni (**Forza di Lorentz**)
- Generare per induzione una forza elettromotrice che accelera gli elettroni (**Legge di Faraday**)

Le due funzioni sono ottenute da un dipolo a facce parallele.
L'orbita degli elettroni è situata nel piano mediano del dipolo ed è concatenata al campo magnetico.



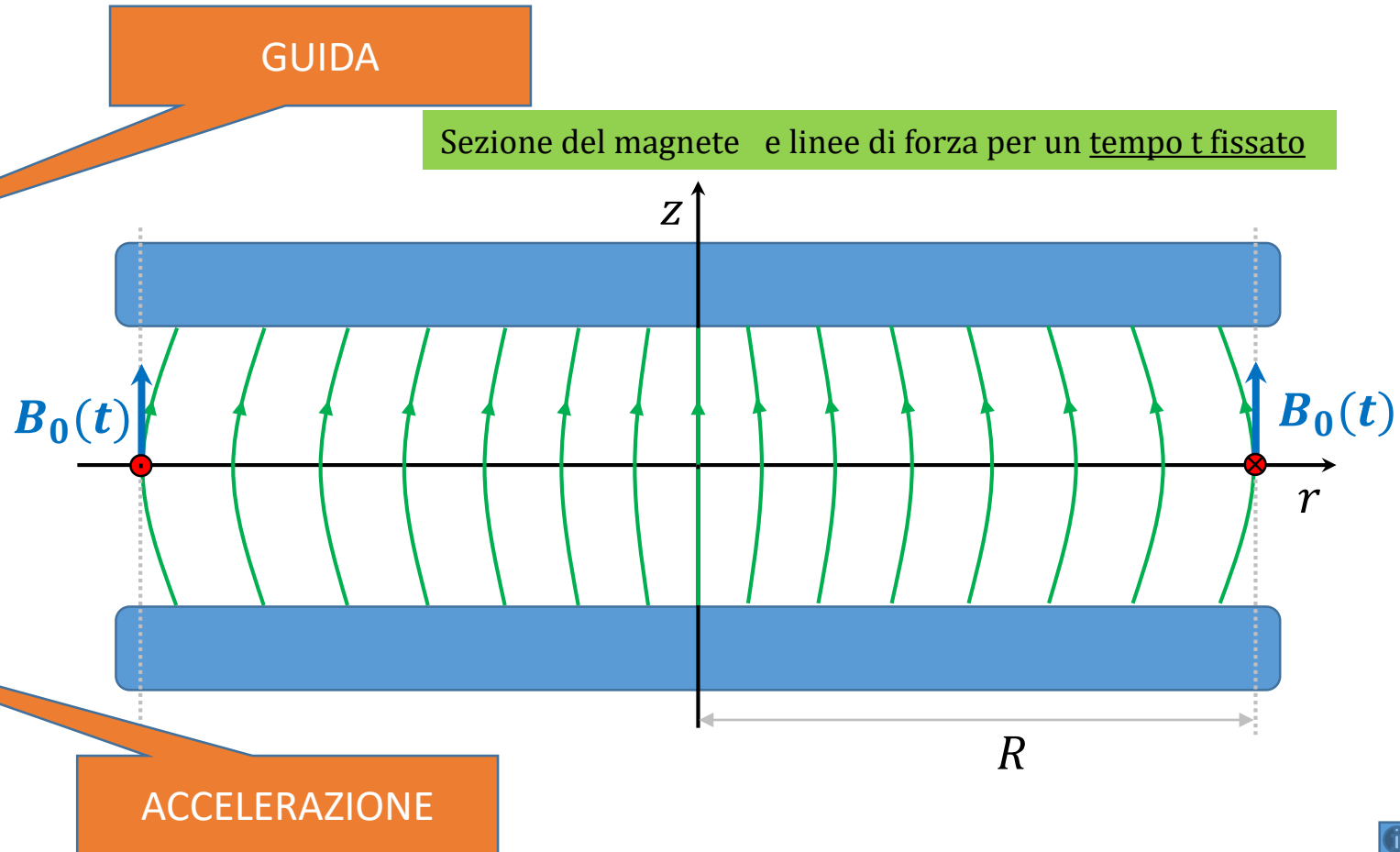
- Il CM dipende da r e da z : $\vec{B}(r, z)$
- Il CM è periodico: $\vec{B}(r, z, t) \propto \sin(\omega t)$
- Il CM ha simmetria cilindrica rispetto all'asse che passa per il centro dell'orbita
- Nel piano dell'orbita CM non ha componente radiale. Definiamo: $\vec{B}(r, 0, t) \equiv B_r(t)$
Ed in particolare, lungo l'orbita di raggio R , definiamo: $\vec{B}(R, 0, t) \equiv B_0(t)$

- a. Un elettrone che si muova lungo l'orbita con velocità v , è soggetto ad una Forza di Lorentz radiale:

$$F = -e v B_0(t)$$

- b. La variazione del flusso magnetico concatenato all'area A dell'orbita induce una ddp sull'elettrone:

$$ddp = - \frac{d\Phi_A(B_r)}{dt}$$



$$P(t) = q R B(t)$$

Il campo magnetico ora varia nel tempo (periodico di periodo τ , $\propto \sin(t/\tau)$)

Il betatrone funziona se la Forza Elettrica indotta produce un aumento di P tale da compensare l'aumento di B e mantenere R costante.

Questa condizione si ottiene se il campo lungo l'orbita $B_0(t)$ è metà del campo concatenato $B_r(t)$ (il campo magnetico non può essere uniforme)

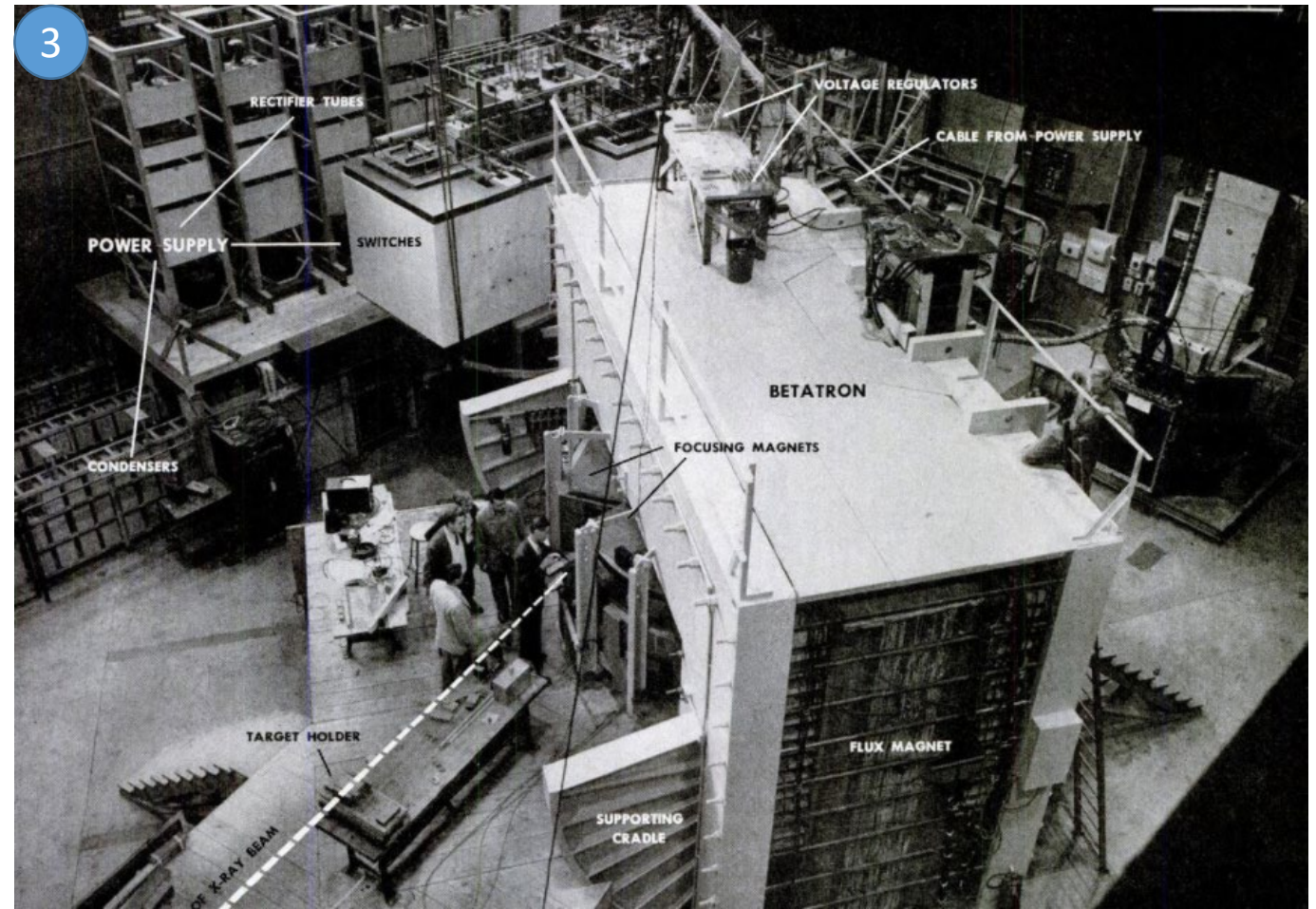
Il segno del CM (+ o -) determina il verso di rivoluzione degli elettroni (antiorario o orario). L'accelerazione degli elettroni è possibile quando CM e variazione di flusso hanno segno concorde, cioè nel primo quarto di periodo (verso antiorario) e nel terzo (verso orario).

Solo uno dei due quarti può essere utilizzato, per esempio il primo:

- Iniezione. A $t=0$, quando $B=0$, una sorgente impulsata inietta sull'orbita (in verso antiorario) un *fiotto* di elettroni della durata di pochi μs (bunch).
- Accelerazione. Il CM aumenta e la variazione di flusso è positiva. Il bunch viene accelerato dalla ddp indotta.
- Estrazione. A $t=\tau/4$ il CM ha raggiunto il massimo. Il bunch deve essere estratto dalla macchina. Permanendo oltre, il CM diminuisce e quindi gli elettroni verrebbero rallentati (variazione di flusso negativa).
- Il ciclo (iniezione, accelerazione, estrazione) può essere ripetuto dopo un periodo τ di oscillazione del campo.
- Il Betatrone è una macchina impulsata. Il fascio è costituito da gruppi di elettroni (bunch) che si susseguono distanziati di un tempo τ .



1. Kerst ed il primo Betatrone (2 MeV)
2. Betatrone da 20 MeV
3. Il più grande Betatrone costruito (300 MeV)



$P = 300 R B$ moto in C.M. dalla F. di Lorentz

$B = 1 \text{ T}; R = 1 \text{ m} \Rightarrow P = 300 \text{ MeV}/c \Rightarrow \text{Energia cinetica} \begin{cases} \text{protone: } T \cong 50 \text{ MeV} \\ \text{elettrone: } T \cong 300 \text{ MeV} \end{cases}$

CICLOTRONE (p)	BETATRONE (e ⁻)
B costante; R variabile	B variabile; R costante
$\omega = \frac{q B}{m} \cong 10^8 \text{ rad s}^{-1} \rightarrow \tau \cong 60 \text{ ns/giro}$	$B = B_0 \sin(\omega t)$ Tensione AC industriale...
$V = V_0 \sin(\omega t); V_0 \sim 10 \text{ kV}$ Tensione gap	$f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \tau = 20 \text{ ms}$
$\Delta T \approx 2 \cdot 10 \text{ keV} = 20 \text{ keV/giro}$	Durata ciclo = $\tau/4 = 5 \text{ ms}$
Num giri $\approx \frac{50 \text{ MeV}}{20 \text{ keV/giro}} = 2500$	velocità elettroni $\cong c$
Tempo acc. = $60 \text{ ns/giro} \times 2500 \cong 150 \mu\text{s}$	Percorso = $c \cdot \tau/4 \cong 1.5 \cdot 10^6 \text{ m}$
	Num giri = Percorso/ $2\pi R \approx 270\,000$
	$\Delta T \approx 1 \text{ keV/giro}$

BETATRONE: Le oscillazioni di betatrone

Il Betatrone è stata una macchina importante per lo studio della **dinamica del fascio**. La descrizione fatta presuppone che le particelle seguano perfettamente l'orbita di equilibrio. Nella realtà sono possibili scostamenti sia in senso radiale che in senso verticale.

Cosa succede in questi casi? Occorre strutturare la macchina in modo che l'orbita sia stabile, cioè che **piccole oscillazioni siano smorzate**.

Lo studio delle variazioni radiali e verticali del fascio sono state effettuate per la prima volta da Kerst sul Betatrone e pertanto sono indicate come oscillazioni di betatrone (anche in altre macchine, come p.e. i sincrotroni).

Questa condizione si ottiene se **il campo magnetico diminuisce col raggio (gradiente di campo)**

