



# Introduzione alla teoria dei giochi

Monica Salvioli

27 ottobre 2022

## Cose da sapere

- 3 crediti
- Alcune lezioni in presenza, alcune online
- Un paio di lezioni dedicate solo a esercizi/esempi
- Ogni settimana qualche esercizio (fateli!)
- Un appello alla fine del corso (di solito orale, ma partiremo da un esercizio)
- Vi interessa qualche applicazione in particolare? Fateci sapere!
  
- Domande, dubbi, perplessità?

[monica.salvioli@polimi.it](mailto:monica.salvioli@polimi.it)    [anna.torre@unipv.it](mailto:anna.torre@unipv.it)

(scrivete a entrambe!)

## Di cosa si occupa la teoria dei giochi?



La teoria dei giochi si occupa delle situazioni in cui nel processo decisionale:

- interviene più di un decisore,
- ogni decisore detiene solo un controllo parziale,
- i decisori hanno delle preferenze (non necessariamente uguali) sugli esiti.

## Un po' di storia

- **Theory of Games and Economic Behavior**, pubblicato nel 1944 (Princeton University Press)
- John von Neumann (1903-1957), matematico, fisico e informatico ungherese naturalizzato statunitense
- Oskar Morgenstern (1902 -1977), economista austriaco.
- Sostengono che le interazioni con gli altri individui hanno sulle decisioni di ogni singolo individuo
- Costruiscono una matematica nuova, adatta a descrivere le interazioni



John von Neumann



Oskar Morgenstern

## Un po' di storia

- John Nash (1928-2015), matematico ed economista statunitense
- elabora un concetto di equilibrio, noto come **equilibrio di Nash**, applicabile ad una gamma di giochi più ampia rispetto a quanto proposto da von Neumann e Morgenstern
- Nobel per l'economia 1994



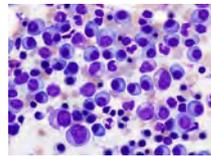
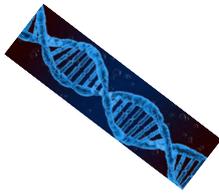
John Nash

## Un po' di storia



Lloyd Shapley e Alvin Roth  
Nobel per l'economia 2012

# Applicazioni



# Ingredienti fondamentali di un gioco

## Ingredienti fondamentali di un gioco



GIOCATORI



STRATEGIE  
(decisioni, mosse)



PAYOFF

## Come sono i giocatori?

- **EGOISTI:** Ognuno cerca di ottenere il meglio possibile per se stesso

## Come sono i giocatori?

- **EGOISTI:** Ognuno cerca di ottenere il meglio possibile per se stesso



Non importa "quali" sono gli obiettivi. Ciò che importa è soltanto che siano quantificabili.

## Come sono i giocatori?

- **INTELLIGENTI:** Hanno capacità di analisi della situazione e alla capacità illimitata di calcolo. Sono in grado di massimizzare la propria utilità rispetto ai vincoli imposti dal gioco. Vale per tutti.



## Come sono i giocatori?

- **CONOSCENZA COMUNE:** conoscono la situazione di interazione



## Come sono i giocatori?

- **CONOSCENZA COMUNE:** conoscono la situazione di interazione



## Come sono i giocatori?

- **RAZIONALI**: Sanno compiere scelte ottimali

Un primo aspetto della razionalità è che ogni giocatore ha delle preferenze *coerenti* su tutti i possibili esiti del gioco



Introduciamo una **funzione di utilità** che associa ad ogni determinato esito del gioco un valore, che riassume la soddisfazione che quell'esito porta al giocatore.

## Funzione di utilità

Come quantificare l'utilità? La pensiamo come una relazione definita sull'insieme dei possibili esiti di un gioco.

Indichiamo con  $a, b, c, \dots$  i possibili esiti di un gioco. Con  $a \leq b$  indichiamo che per un certo giocatore l'esito  $b$  è meglio dell'esito  $a$ .

Un giocatore è razionale se valgono queste proprietà:

- $a \leq a$  per ogni  $a$
- Se  $a \leq b$  e  $b \leq c$ , allora  $a \leq c$
- Per ogni coppia  $a, b$  vale  $a \leq b$  oppure  $b \leq a$

## Funzione di utilità

La funzione di utilità  $u$  rappresenta un sistema di preferenze su un insieme di eventi se

$$u(a) \geq u(b) \text{ se e solo se } a \text{ è preferito a } b.$$

Sotto opportune ipotesi  $u$  esiste ma non è unica.

## Un po' di classificazione

Giochi non-cooperativi



Giochi cooperativi



# Un po' di classificazione

Giochi non-cooperativi

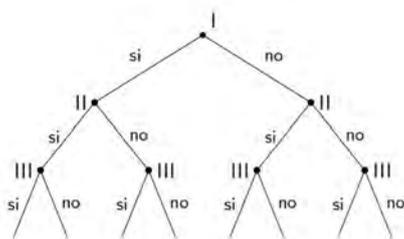


Giochi cooperativi



# I giochi non-cooperativi

In forma estesa



in forma strategica

	C	NC
C	(5, 5)	(0, 9)
NC	(9, 0)	(2, 2)

## Un gioco non-cooperativo

Avete la possibilità di guadagnare punti bonus per l'esame. Potete scegliere tra:

- un punto bonus per me
- tre punti bonus per il mio collega.

Cosa fate?

## Un gioco non-cooperativo

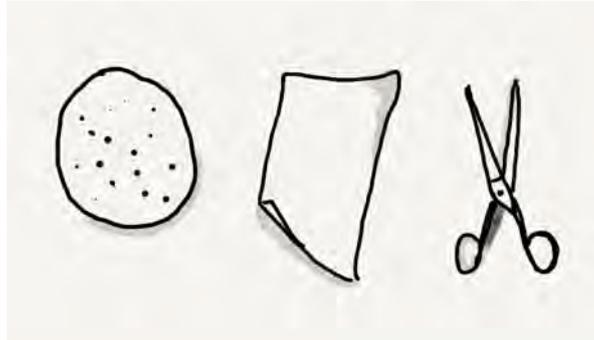
Avete la possibilità di guadagnare punti bonus per l'esame. Potete scegliere tra:

- un punto bonus per me
- tre punti bonus per il mio collega.

Cosa fate?

		<b>1 a me</b>	<b>3 al collega</b>
<b>1 a me</b>	(1, 1)	(4, 0)	
<b>3 al collega</b>	(0, 4)	(3, 3)	

## E un altro ancora



## Un gioco cooperativo



Tre amici vogliono dividere una corsa in taxi per tornare a casa. I costi per ogni possibile gruppo sono:

Ale: 10 euro

Ale & Bob: 12 euro

Bob: 10 euro

Ale & Chiara: 18 euro

Chiara: 14 euro

Bob & Chiara: 18 euro

Tutti insieme: 20 euro

Quanto dovrebbe pagare ognuno?

## Un problema di matching



## Un problema di matching



## Prossima lezione

Giovedì 3 Novembre: Giochi non-cooperativi in forma estesa

(In presenza)