# PROVA SCRITTA DEL CORSO DI TEORIA DEI GIOCHI

# 5 MAGGIO 2004

1) Gli equilibri di Nash in strategie pure sono:
(B,L) e (B,R).

La strategia T è fortemente dominata dalla strategia B per il primo giocatore, mentre la strategia M è debolmente dominata dalla strategia B sempre per il primo giocatore.

2) La forma strategica del primo gioco (a informazione perfetta) è la seguente:

| $I/II$ | $AC$ | $AD$ | $BC$ | $BD$ |
|---|---|---|---|---|
| $E$ | $1,3$ | $1,3$ | $2,0$ | $2,0$ |
| $F$ | $4,2$ | $0,1$ | $4,2$ | $0,1$ |

L'equilibrio perfetto nei sottogiochi è (F,AC) mentre (E,AD) e (F,BC) sono equilibri di Nash in strategie pure.
Quella del secondo è:

| $I/II$ | $A$ | $B$ |
|---|---|---|
| $E$ | $1,3$ | $2,0$ |
| $F$ | $4,2$ | $0,1$ |

L'equilibrio di Nash in strategie pure (F,A) è anche l'unico equilibrio di Nash in strategie miste come si vede intersecando le curve di miglior risposta dei due giocatori.

3)Il valore Shapley del giocatore 1 si calcola usando la seguente tabella:

| Permutazioni | Contributi marginali | Calcolo |
|---|---|---|
| $1,2,3$ | $v(1)-v(\emptyset)$ | 2 |
| $1,3,2$ | $v(1)-v(\emptyset)$ | 2 |
| $2,1,3$ | $v(1,2)-v(2)$ | 6 |
| $2,3,1$ | $v(1,2,3)-v(2,3)$ | 6 |
| $3,1,2$ | $v(1,3)-v(3)$ | 2 |
| $3,2,1$ | $v(1,2,3)-v(2,3)$ | 6 |
| . | . | $\frac{24}{6}=4$ |

Un analogo conto per i giocatori 2 e 3 porta a concludere che il valore Shapley è $(4, 4, 4)$. Si può osservare che il risultato uguale per i giocatori 1 e 2 era prevedibile in quanto essi sono simmetrici nel gioco.

4) (Facoltativo)
a) Questa parte dell'esercizio è svolta sulle dispense.
b) Supponiamo che la scelta della prima impresa sia $\bar{q}_1$. La seconda impresa giocherà il massimo di $R(\bar{q}_1) = q_2(a - \bar{q}_1 - q_2) - cq_2 = -q_2^2 + (a - \bar{q}_1 - c)q_2$.
Il massimo si ottiene nel vertice della parabola e cioè per $q_2 = \frac{a-\bar{q}_1-c}{2}$ .
Dunque, per ogni fissato $\bar{q}_1$ la risposta ottima del secondo giocatore è $q_2 = \frac{a-\bar{q}_1-c}{2}$. Questo è noto al primo giocatore che quindi cercherà $\bar{q}_1$ in modo da massimizzare: $\bar{q}_1(a - \bar{q}_1 - \frac{a-\bar{q}_1-c}{2}) - c\bar{q}_1$ Il massimo si ha per $\bar{q}_1 = \frac{a-c}{2}$ e in corrispondenza a questo valore si ottiene $\bar{q}_2 = \frac{a-c}{4}$

5)Ci sono 3 diversi mcst, ma le allocazioni di Bird distinguibili tra loro sono soltanto 2, ovvero (8,5,5) e (5,8,5). Entrambe le allocazioni sono imputazioni in quanto stanno nel nucleo (vero in generale). Infine $c(1, 2) = 13$